

工程数学 A 教学大纲

模块编号: 0730203

模块内容: 线性代数、概率论与数理统计

理论学时: 96

先修模块: 高等数学 A、高等数学 B

后修模块: 工程数学 B

一、说明部分

1. 模块性质

本模块是工科类本科各专业学生的专业基础模块, 授课对象是大学二年级学生。

2. 教学目标及意义

线性代数是工科类本科各专业的数学基础之一。通过这部分内容的学习, 使学生比较系统理解线性代数的基本概念, 基本理论, 掌握线性代数的基本方法, 能够较好地理解线性代数所蕴含的数学思想, 培养学生的逻辑推理能力, 空间想象能力, 运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律性的一个数学分支, 通过这部分内容的学习, 使学生掌握概率统计的基本概念, 了解它的基本理论和方法, 从而使学生初步掌握研究和探讨随机现象的基本思想和数学方法, 学会用随机现象的规律和统计的方法去指导专业的学习、研究和实践。

3. 教学内容及教学要求

教学内容:

线性代数: 行列式、矩阵及其初等变换、线性方程组、特征值与特征向量、二次型。

概率论: 随机事件的概念及运算, 概率的定义与性质, 随机变量及其分布, 多维随机变量及其分布, 数字特征, 大数定理和中心极限定理。

数理统计: 数理统计的基本概念, 抽样理论, 参数的点估计和区间估计, 假设检验等。

教学要求:

- 1) 掌握线性代数的基本知识和基本方法, 理解用代数的方法解决问题的数学思想和数学方法。
- 2) 了解概率论与数理统计的基本概念和基本原理, 领会有关概念和结论的直观意义, 使学生初步认识概率统计是研究随机现象数量规律的科学;
- 3) 掌握处理随机现象的基本思想和方法, 具备运用概率统计方法分析和解决实际问题的初步能力, 培养学生数据分析和推断能力。

4. 教学重点、难点

(1) 线性代数

重点: 行列式的计算、矩阵的基本运算及求解线性方程组、矩阵的特征值与特征向量、矩阵的可对角化及二次型的标准形和正定二次型。

难点: 向量组的线性关系、矩阵的初等变换的应用、矩阵的可对角化。

(2) 随机事件及概率

重点: 事件的定义, 概率三大性质及其推导的几种性质, 古典概型, 独立性;

难点: 古典概型, 独立性。

(3) 一随机变量及其分布

重点：随机变量的定义（离散、连续型）分布函数的定义，贝努力试验，几种常见的随机变量的分布，随机变量函数的分布；

难点：随机变量和分布函数的定义

(4) 二维随机变量及其分布

重点：联合分布，边缘分布，条件分布的定义，两个独立随机变量的定义，两个随机变量函数的分布如 $Z=x+y$ 的分布；

难点：联合分布、边缘分布、独立性的关系及其性质

(5) 随机变量的数字特征

重点：期望方差的性质与定义，随机变量函数的期望及其在现实中的应用，切比雪夫不等式，协方差与相关系数的定义与计算，独立与不相关的关系；

难点：独立与不相关的关系

(6) 大数定理与中心极限定理

重点：频率稳定于概率的实际含义，利用中心极限定理和拉普拉斯定理计算概率

难点：中心极限定理与拉普拉斯定理在实际中的应用

(7) 样本及抽样分布

重点：简单样本的定义，样本的抽样分布， χ^2 分布 和 T 分布 和 F 分布的定义

难点：抽样分布，上下分位点

(8) 参数估计

重点：矩估计，极大似然估计，参数的区间估计，估计量的评选标准

难点：矩估计与极大似然估计的方法与理论依据

(9) 假设检验

重点：单侧双侧检验， Z 检验， T 检验， χ^2 检验， F 检验

难点：假设检验的理论依据与基本步骤

5. 教学方法与手段

本模块的内容特点：比较抽象，思维方式比较独特，知识面涉及广，学生学习有较大的困难。可采取多种教学方式，理论学习可以以启发互动式教学为主，加强基本概念、基本理论、基本运算的理论教学。对于概率论与数理统计这一部分内容，可以加强实用概率统计方法的介绍，由实际问题出发，在阐明问题实际背景的基础上建立数学模型，研讨总结概率统计方法，再引导学生应用概率统计方法来解决实际问题。自主学习包括作业、思考练习、问题解决、数学实验、过程考核等多种学习方式，在教师的指导下，由学生独立自主地完成。

6. 教材及主要参考书

[1] 盛骤，谢式千，潘承毅. 概率论与数理统计. 浙江大学 第三版. 高等教育出版社. 2001. 12.

[2] 孙清华，赵德修. 新编概率论与数理统计题解. 第一版. 华中科技大学出版社. 2001. 1.

[3] 茆诗松等，概率论与数理统计习题与解答. 第一版. 中国统计出版社. 2000. 10.

[4] 同济大学数学教研室编. 《线性代数》. 第四版. 高教出版社. 2003. 7.

[5] 魏战线. 《线性代数辅导与典型题解析》. 西安交通大学出版社. 2001

二、正文部分

线性代数部分

第一章 行列式

一、教学要求

了解：排列、对换及其有关性质、 n 阶行列式的定义、克拉默法则

掌握： n 阶行列式的性质、行列式按行（列）展开法则、高阶行列式及简单的 n 阶行列式的计算

二、教学内容

第一节 二阶与三阶行列式

知识要点：二阶、三阶行列式的定义与计算

第二节 全排列及其逆序数

知识要点：全排列 逆序数 偶排列 奇排列

第三节 n 阶行列式的定义

知识要点： n 阶行列式定义 上三角、下三角行列式 对角行列式

第四节 对换

知识要点：对换

第五节 行列式性质

知识要点：转置行列式 行列式性质

第六节 行列式按行（列）展开

知识要点：余子式 代数余子式 行列式按行（列）展开法则

第七节 克拉默法则

知识要点： n 元线性（非）齐次方程组 方程组系数行列式 克拉默法则

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第二章 矩阵及其运算

一、教学要求

了解：矩阵的概念、单位矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵以及它们的性质。

掌握：矩阵的线性运算、转置、方阵的幂和行列式、分块矩阵的运算、伴随矩阵的概念及性质、逆矩阵的概念以及矩阵可逆的充要条件

二、教学内容

第一节 矩阵

知识要点： n 阶矩阵 同型矩阵 零矩阵 方程组系数矩阵 单位矩阵 对角矩阵 两矩阵相等

第二节 矩阵的运算

知识要点：矩阵的和差 数与阵的乘 阵与阵的乘 矩阵转置 方阵的行列式 共轭矩阵

第三节 逆矩阵

知识要点：逆矩阵 伴随矩阵 非奇异矩阵 矩阵的 m 次多项式 矩阵可逆的充要条件

第四节 矩阵分块法

知识要点：分块矩阵概念 矩阵的子块 分块矩阵的运算 克拉默法则的证明

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第三章 矩阵的初等变换与线性方程组

一、教学要求

了解：矩阵秩的概念、矩阵等价的概念以及初等矩阵的性质

掌握：矩阵的初等变换及其最简形、行阶梯形矩阵、用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法、用分块矩阵求逆矩阵。

二、教学内容

第一节 矩阵的初等变换

知识要点：初等变换 矩阵 A 与 B 等价 行阶梯形矩阵 最简形矩阵

第二节 初等矩阵

知识要点：初等矩阵概念 可逆方阵与初等矩阵的关系 利用初等变换求逆矩阵方法

第三节 矩阵的秩

知识要点：矩阵 A 的 k 阶子式 矩阵秩的概念 满秩矩阵 降秩矩阵 矩阵秩的性质

第四节 线性方程组的解

知识要点： n 元线性方程组有唯一解、无解、无穷多解的判断方法 增广矩阵 方程组的通解 利用矩阵的初等变换求方程组的解

三、本章学时数

课堂讲课课时：6

第四章 向量组的线性相关性

一、教学要求

了解： n 维向量的概念、线性组合、线性表示、向量组等价、向量组的秩、向量组的最大无关组等概念。

掌握：向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法、求向量组的最大无关组和秩的方法、齐次线性方程组有非零解的充要条件及非齐次线性方程组有解的充要条件、齐次线性方程组基础解系及通解、非齐次线性方程组通解的概念，用初等行变换求线性方程组的通解的方法。

二、教学内容

第一节 向量组及其线性组合

知识要点： n 维向量 线性组合 线性表示 向量组等价 向量组与矩阵的关系

第二节 向量组的线性相关性

知识要点：向量组线性相关 向量组线性无关 判断向量组相关与无关的定理与结论

第三节 向量组的秩

知识要点：最大无关向量组 向量组的秩 利用初等变换求向量组的秩方法

第四节 线性方程组的解的结构

知识要点：方程组的解向量 解空间 齐次方程组的基础解系 非齐次方程组与齐次方程组解的关系

第五节 向量空间

知识要点： n 维向量空间 向量空间的基 自然基 基变换公式 坐标变换公式

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第五章 相似矩阵及二次型

一、教学要求

了解：向量的内积、规范正交基、正交矩阵、正交变换的概念及性质、相似矩阵的概念与性

质，矩阵可相似对角化的充要条件、二次型及其矩阵表示、二次型的秩及二次型的标准形等概念、惯性定理、正定二次型、正定矩阵的概念。

掌握：线性无关向量组规范正交化的施密特(Schmidt)方法、求方阵的特征值、特征向量的方法，会求一个正交阵将实对称阵对角化、用正交变换将二次型化为标准形的方法以及拉格朗日配方法，化二次型为标准形的方法、判断二次型及其系数阵的正定性。

二、教学内容

第一节 向量的内积、长度及正交性

知识要点：向量内积 向量长度 向量组的正交与无关的关系 正交向量组 规范正交基 Schmidt 正交化过程 正交矩阵 正交变换

第二节 方阵的特征值与特征向量

知识要点：方阵的特征值 特征向量 特征方程 特征多项式 与特征值相关的结论

第三节 相似矩阵

知识要点：相似矩阵 相似变换 相似矩阵的性质与结论 方阵与对角矩阵相似的条件

第四节 对称矩阵的对角化

知识要点：对称矩阵 有关实对称矩阵的特征值与特征向量的定理与结论 利用特征值特征向量将实对称矩阵对角化的方法

第五节 二次型及标准型

知识要点：二次型概念 二次型的标准形 二次型的矩阵 二次型的秩 利用二次型矩阵的特征值与特征向量将二次型化为标准形

第六节 用配方法化二次型为标准形

知识要点：拉格朗日配方法

第七节 正定二次型

知识要点：惯性定理 正(负)惯性指数 正定二次型概念 正(负)定矩阵概念 利用二次型矩阵的主子式判别二次型的正定性 利用二次型的正惯性指数的个数判定二次型的正定性

三、本章学时数

课堂讲课课时：10

概率论与数理统计部分

第一章 概率论的基本概念

一、教学要求

了解：随机试验，随机事件，样本空间，样本点等概念概率的统计定义

掌握：事件的关系和运算，古典概型，条件概率，乘法公式，全概率公式和贝叶斯公式 独立性的定义

二、教学内容

第一节 随机试验

知识要点：随机现象，确定性现象，随机试验

第二节 样本空间，随机事件

知识要点：基本事件，样本空间，随机事件，必然事件，不可能事件，事件的关系和运算(包含、相等、和、积、差、互斥、对立、对偶律)

第三节 频率与概率

知识要点：频率、事件的概率及其性质

第四节 古典概型

知识要点：古典概型(等可能概型)、古典概型的计算

第五节 条件概率

知识要点：条件概率、乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式

第六节 独立性

知识要点：事件的独立性

三、本章学时数

课堂讲课课时：10

第二章 随机变量及其分布

一、教学要求

了解：分布律，密度函数，分布函数的定义以正态分布为主的七种分布的直观背景。

掌握：随机变量（离散型和连续型）概率分布，分布函数，掌握七种分布，并利用它们计算概率

二、教学内容

第一节 随机变量

知识要点：随机变量的定义

第二节 离散型随机变量及其分布列

知识要点：离散型随机变量及其分布列（0-1 分布、二项分布、普松分布、超几何分布）

第三节 随机变量的分布函数

知识要点：随机变量的分布函数定义及其性质

第四节 连续性随机变量及其分布密度

知识要点：连续性随机变量及其分布密度（均匀分布、指数分布、正态分布）

第五节 随机变量的函数的分布

知识要点：随机变量函数的分布

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第三章 多维随机变量及其分布

一、教学要求

了解：二个随机变量的函数的分布， $Z=x+y$ ， $Z=\max(x, y)$ ， $z=\min(x, y)$ 的分布二维正态分布及其边缘分布，独立性的充分必要条件

掌握：二维随机变量联合分布与边缘分布，条件分布，二个随机变量的独立性

二、教学内容

第一节 二维随机变量

知识要点：二维随机变量、联合分布函数及其基本性质

第二节 边缘分布

知识要点：边缘分布律，边缘密度函数，二维正态分布及其边缘分布

第三节 条件分布

知识要点：条件分布及计算

第四节 相互独立的随机变量

知识要点：二个随机变量的独立性，独立性的充分必要条件

第五节 两个随机变量的函数的分布

知识要点：二个随机变量的函数的分布， $Z=x+y$ ， $Z=\max(x, y)$ ， $z=\min(x, y)$ 的分布

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第四章 随机变量的数字特征

一、教学要求

了解：协方差与相关系数的定义，切比雪夫不等式的应用与推导过程，矩、协方差矩阵，相关系数为 1 的充分必要条件

掌握：期望方差的定义与性质及其在实际中的应用

二、教学内容

第一节 数学期望

知识要点：数学期望的定义与性质，常用分布的期望

第二节 方差

知识要点：方差的定义与性质，常用分布的方差，切比雪夫不等式

第三节 协方差与相关系数

知识要点：协方差与相关系数的定义、相关系数为 1 的充分必要条件

第四节 矩、协方差矩阵

知识要点：矩与协方差阵

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第五章 大数定理与中心极限定理

一、教学要求

了解：贝努里大数定理是频率稳定于概率的理论依据，对正态分布在概率论中的重要地位从理论上提高认识

掌握：切比雪夫大数定理与中心极限定理的计算，拉普拉斯极限定理

二、教学内容

第一节 大数定理

知识要点：切比雪夫大数定理、贝努里大数定理

第二节 中心极限定理

知识要点：中心极限定理，拉普拉斯极限定理，独立同分布辛钦大数定理，独立不同分布李雅普诺夫大数定理

三、本章学时数

课堂讲课课时：4

第六章 样本与抽样分布

一、教学要求

了解：抽样分布、 χ^2 、 T 、 F 分布的图形及其上下分位点

掌握：数理统计的基本概念，简单样本， χ^2 、 T 、 F 分布

二、教学内容

第一节 随机样本

知识要点：总体个体，简单样本

第二节 抽样分布

知识要点：统计量，样本均值，样本方差，样本矩，样本的分布， χ^2 、 T 、 F 分布

三、本章学时数

课堂讲课课时：4

第七章 参数估计

一、教学要求

了解：参数估计的有效性与一致性，单侧置信区间，二个均值差，方差比的置信区间

掌握：参数点估计的二种方法，矩估计与极大似然估计，参数置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间，参数估计的无偏性。

二、教学内容

第一节 点估计

知识要点：矩法，最大似然估计法

第二节 基于截尾样本的最大似然估计

知识要点：基于截尾样本的最大似然估计

第三节 估计量的评选标准

知识要点：参数估计的无偏性、有效性与一致性

第四节 区间估计

知识要点：区间估计的基本方法

第五节 正态总体均值与方差的区间估计

知识要点：正态总体均值与方差的区间估计

第六节 (0-1) 分布参数的区间估计

知识要点：(0-1) 分布参数的区间估计

第七节 单侧置信区间

知识要点：单侧置信区间、上限、下限

三、本章学时数

课堂讲课课时：8

第八章 假设检验

一、教学要求

了解： Z 、 T 、 X^2 、 F 检验，单侧检验，二类错误

掌握：假设检验的基本思想与步骤及方法

二、教学内容

第一节 假设检验

知识要点：假设检验的基本思想与步骤，假设检验中的二类错误

第二节 正态总体均值的假设检验

知识要点：一个正态总体均值的检验 Z 与 T 检验；一个正态总体方差的检验， X^2 检验

第三节 正态总体方差的假设检验

知识要点：二个正态总整方差的检验 F 检验 二个正态总体均值的检验 Z 与 T 检验

课堂讲课课时：6

大学数学教研室