线性代数模拟试题(一)

一、填空题：

1. $\begin{vmatrix} 1 & -c & -b \\ c & 1 & -a \\ b & a & 1 \end{vmatrix} =$________________

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$，$a,b,c$ 为实数，且已知 $aA+bB-cC=E$，则 $a=$________，$b=$_________，$c=$_________。

3. 设向量 $\alpha_1=(\lambda,1,1)^T$，$\alpha_2=(1,\lambda,1)^T$，$\alpha_3=(1,1,\lambda)^T$，$\beta=(1,1,1)^T$，如果向量 β 可由向量 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示，并且表示法惟一，则参数 λ 满足______。

4.设线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=-a_1 \\ x_2+x_3=a_2 \\ x_3+x_4=-a_3 \\ x_4+x_1=a_4 \end{cases}$ 有解，则 a_1,a_2,a_3,a_4 应满足条件______。

5. 矩阵 $A=\begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的实特征值为________，对应的特征向量为________。

6.二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2-x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2+6x_1x_3$ 的矩阵是________。

二、选择题：

1. 设多项式 $f(x)=\begin{vmatrix} a_{11}+x & a_{12}+x & a_{13}+x & a_{14}+x \\ a_{21}+x & a_{22}+x & a_{23}+x & a_{24}+x \\ a_{31}+x & a_{32}+x & a_{33}+x & a_{34}+x \\ a_{41}+x & a_{42}+x & a_{43}+x & a_{44}+x \end{vmatrix}$，

则 $f(x)$ 的次数至多是（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

2.设 A，B 均为 n 阶矩阵，$A\neq 0$，且 $AB=0$，则下述结论必成立的是（　　）

A. $BA=0$　　B. $B=0$

C. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$　　D. $(A-B)^2=A^2-BA+B^2$

3.已知向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性无关，则向量组（　　）

A.$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$线性无关

B.$\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$线性无关

C.$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$线性无关

D.$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$线性无关

4.线性方程组$\begin{cases} x_1-x_2=a \\ x_2-x_3=2a \\ x_3-x_4=3a \\ x_4-x_1=1 \end{cases}$有解的充分必要条件是$a=$（　　）

A. $-\frac{1}{6}$　　B.-1　　C. $\frac{1}{6}$　　D.1

5.设n阶矩阵A可逆，α是A的属于特征值λ的特征向量，则下列结论中不正确的是（　　）

A.α　是矩阵$-2A$的属于特征值-2λ的特征向量

B.α　是矩阵$\left(\frac{1}{2}A^2\right)^{-1}$的属于特征值$\frac{2}{\lambda^2}$的特征向量

C.α　是矩阵A^*的属于特征值$\frac{|A|}{\lambda}$的特征向量

D.α　是矩阵$P^{-1}A$的属于特征值λ的特征向量，其中P为n阶可逆矩阵

6.已知n阶矩阵合同对角矩阵A，其中A的主对角线上元素依次为$\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$，则（　　）

A.$|A|=\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot\cdots\cdot\lambda_n$　　B.A是对称矩阵

C.$r(A)=n$　　D.A是正定矩阵

三、解答题

1、计算下列行列式

(1)$\begin{vmatrix} 32153 & 32053 \\ 72284 & 72184 \end{vmatrix}$ ； (2)$\begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix}$

2、设A ，B是同阶对称矩阵，则AB是对称矩阵的充分必要条件是A ，B可换（即$AB=BA$）

3.设向量$\alpha_1=(1,1,3,1)$，$\alpha_2=(5,-2,8,-9)$，$\alpha_3=(-1,1,-1,3)$，$\alpha_4=(-1,3,1,7)$，$\beta=(-1,3,1,7)$，试将向量β由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性表示。

4.已知平面上三条不同直线的方程分别为

l_1： $ax+2by+3c=0$

l_2： $bx+2cy+3a=0$

l_3： $cx+2ay+3b=0$

试证这三条直线交于一点的充分必要条件为$a+b+c=0$

5.求矩阵 A 的特征值和特征向量，其中 A=$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ -6 & 7 & -2 \\ -9 & 9 & -2 \end{pmatrix}$

6.设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2-4x_1x_2+2ax_1x_3+2bx_2x_3$的秩为 1，求$a$、$b$的值。