线性代数模拟试题(三)

一、填空题：

1. $D=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\\3&4&1&2\\4&1&2&3\end{vmatrix}=$____________

2.如果 $\begin{bmatrix}a&1&1\\3&0&1\\0&2&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\a\\-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b\\6\\-b\end{bmatrix}$，则 $a=$________，$b=$__________。

3.设向量 $\alpha_1=(-1,4)$，$\alpha_2=(1,2)$，$\alpha_3=(4,11)$，数 a 和 b 使 $a\alpha_1-b\alpha_2-\alpha_3=0$，

则 $a=$________，$b=$_________。

4.齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1-x_2-x_3+kx_4=0\\-x_1+x_2+kx_3-x_4=0\\-x_1+kx_2+x_3-x_4=0\\kx_1-x_2-x_3+x_4=0\end{cases}$

有非零解的充要条件是 $k=$__________。

5.设 n 阶矩阵 A 的元素全为 1,则 A 的 n 个特征值是__________。

6.二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)^2+(x_2-x_3)^2+(x_3+x_1)^2$ 的秩为________。

二、选择题：

1. 多项式 $f(x)=\begin{vmatrix}x&-1&0&x\\2&2&3&x\\-7&10&4&3\\1&-7&1&x\end{vmatrix}$ 中的常数项是（　　　　）

A．3　　B．-3　　C．15　　D．-15

2.设 A,B 为 n 阶对称矩阵，则下列结论中不正确的是（　　　）

A． $A+B$ 为对称矩阵　　B．对任意的矩阵 $P_{n\times n}$，P^TAP 为对称矩阵

C． AB 为对称矩阵　　D．若 A,B 可换，则 AB 为对称矩阵

3.已知 n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关$(m>2)$，则（　　　　）

A.对任何一组数$k_1,k_2,\cdots,k_m$都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$

B.$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$中少于$m$个向量构成的向量组均线性相关

C.对任意一个n维向量β，向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m,\beta$线性相关

D.$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$中任意两个向量均线性无关

4.齐次线性方程组$\begin{cases}2x_1-x_2+x_3=0\\x_1+\lambda x_2-x_3=0\\\lambda x_1+x_2+x_3=0\end{cases}$ 有非零解，则λ必须满足（　　）

A. $\lambda\neq-1$ 且 $\lambda\neq4$　　B.$\lambda\neq-1$

C. $\lambda=4$　　D.$\lambda=-1$或$\lambda=4$

5.设矩阵$A=\begin{vmatrix}1&-3&3\\3&-5&3\\6&-6&4\end{vmatrix}$，则下徇向量中是$A$的对应于$\lambda=-2$的特征向量的为（　　）

A.$\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$　B.$\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix}$　C.$\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}$　D.$\begin{bmatrix}1\\1\\2\end{bmatrix}$

6.二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2ax_1x_2+2ax_1x_2+2x_1x_2+2bx_2x_3$的秩为$2$，则$a,b$应满足条件（　　）

A.$a\neq b$　B.$a=b=1$　C.$a=b,a\neq\pm1$　D.$a=b=-1$

三、解答题

1、计算下列行列式

(1) $D=\begin{vmatrix}2&4&-1&-2\\-3&7&-1&4\\5&-9&2&7\\2&-5&1&2\end{vmatrix}$；(2) $D=\begin{vmatrix}2&1&-3&-1\\3&1&0&7\\-1&2&4&-2\\1&0&-1&5\end{vmatrix}$

2.设A，B是n阶反对称矩阵，证明：

(1) A^2是对称矩阵；

⑵ $AB-BA$是反对称矩阵。

3. 设 $\alpha_1=(1,0,0,0)$， $\alpha_2=(1,1,0,0)$， $\alpha_3=(1,1,1,0)$， $\alpha_4=(1,1,1,1)$， 试将向量 $\beta=(2,1,-1,0)$用$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性表示。

4.设$M(x_1,y_1)$和$N(x_2,y_2)$为坐标平面上的两个不同的点，试用行列式表示过点M,N的直线方程。

5.设 λ 为n阶矩阵 A 的一个特征值，$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_mx^m$，则 $f(\lambda)$是$f(A)$的一个特征值。

6. 设 A 为n阶可逆矩阵，若A与$-A$合同，则n必为偶数。