线性代数模拟试题(六)

一、 填空题：

1. 设行列式 $D=\begin{vmatrix}3&0&4&0\\2&2&2&2\\0&-7&0&0\\5&3&-2&2\end{vmatrix}$，则第四行各元素余子式之和的值为__________。

2. 已知 $a=(1,2,3)$， $\beta=\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$，矩阵 $A=a^T\beta$，则 $A^n=$__________。

3. 设三阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&2&-2\\2&1&2\\3&0&4\end{bmatrix}$， $\alpha=(a,1,1)^T$，已知 $A\alpha$ 与 α 线性相关，则 $a=$________。

4. 已知方程组 $\begin{bmatrix}1&2&1\\2&3&a+2\\1&a&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\3\\0\end{bmatrix}$ 无解，则 $a=$__________。

5. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}a&0&0\\0&a&0\\0&0&a\end{bmatrix}$，则 A 的特征值为________，其全部特征向量为_________。

6. 已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=a\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$ 经正交换 $X=PY$ 可化成标准形 $f=6y_1^2$，则 $a=$_______。

二、选择题：

1. 已知 $\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=m$，则 $\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}&a_{23}\\2a_{31}-a_{11}&2a_{32}-a_{12}&2a_{33}-a_{13}\\3a_{11}+2a_{21}&3a_{12}+2a_{22}&3a_{13}+2a_{23}\end{vmatrix}=$（　　　　）

A．$6m$　　B．$-6m$　　C．$12m$　　D．$-12m$

2. 设 3×3 矩阵 $A=(\alpha,\beta_1,\beta_2)$， $B=(\beta,\beta_1,\beta_2)$，其中 $\alpha,\beta,\beta_1,\beta_2$ 均为3维列向

量，已知行列式$|A|=2$，$|B|=\frac{1}{2}$，则行列式$|A+B|=$（　　　　）

A．10　　　B．12　　　C．-12　　　D．-10

3.向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\,(s\geq 2)$线性相关的充分必要条件是（　　　　）

A.$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中至少有一个是零向量

B. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中至少有两个向量成比例

C. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中至少有一个向量可由其余$s-1$个向量线性表示

D. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中的任一部分组线性相关

4.设A为$m\times n$矩阵，齐次线性方程组$AX=0$仅有零解的充分条件是（　　　　）

A.A的列向量组线性相关　　　B.A的列向量组线性无关

C.A的行向量组线性相关　　　D.A的行向量组线性无关

5.设A为三阶矩阵，满足$|3A+2E|=0$，$|A-E|=0$，$|3E-2A|=0$，则$A^*-E=$（　　　　）

A.$\frac{5}{3}$　　　B.$\frac{2}{3}$　　　C.$-\frac{2}{3}$　　　D.$-\frac{5}{3}$

6.设A,B为n阶矩阵，下列命题中正确的是（　　　　）

A. 若$A\approx B$，则$A\ \sim B$

B. B.若$A\ \sim B$ ，则$A\approx B$

C.若$A\approx B$，则A与B 等价$(A\cong B)$

D.若A与B等价（即$A\cong B$)，则$A\approx B$

三、解答题

1.解方程

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & x^2-5 & -2 & 6 \\ -3 & 2 & -1 & x^2+1 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

2.若n阶对角矩阵A的主对角线上的元素各不相同，则与A可交换的矩阵为对角矩阵。

3.已知向量组(Ⅰ)：$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$和向量组(Ⅱ)$\beta_1,\beta_2,\beta_3$且

$$\begin{cases} \beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 \\ \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 \\ \beta_3 = -\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \end{cases}$$

试判断向量组(Ⅰ)和(Ⅱ)是否等价？

4.设二次函数$f(x) = ax^2 + bx + c$，且$f(1) = 1$，$f(-1) = 9$，$f(2) = 0$，试求a,b,c的值。

5. 设λ_0为n阶矩阵 A 的一个特征值，试证

⑴λ_0^m是A^m的一个特征值（m为正整数)；

⑵若 A 可逆，则$\frac{|A|}{\lambda_0}$是A^*的一个特征值；

⑶对任意数k，$k-\lambda_0$是矩阵$kE-A$的一个特征值。

6.写出n阶对称矩阵 A 所对应的n元二次型,其中 A=$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdots & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & \cdots & \frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$