线性代数模拟试题(八)

一、　填空题：

1.如果$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m$，则$\begin{vmatrix} a_1+3b_1 & b_1+2c_1 & c_1+a_1 \\ a_2+3b_2 & b_2+2c_2 & c_2+a_2 \\ a_3+3b_3 & b_3+2c_3 & c_3+a_3 \end{vmatrix} =$____________。

2.设A为n阶矩阵，满足$A^T A = E$，且$|A| \prec 0$，则$|A+E| =$_________。

3.已知向量组$\alpha_1 = (1,2,3,4)$，$\alpha_2 = (2,3,4,5)$，$\alpha_3 = (3,4,5,6)$，$\alpha_4 = (4,5,6,7)$，则此向量组的秩$r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) =$________。

4.线性方程组$\begin{cases} bx - ay + 2ab = 0 \\ -2cy + 3bz - bc = 0 \\ cx + az = 0 \end{cases}$　（其中$abc \neq 0$）的解是_________。

5.设矩阵$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & x & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$有特征值$\lambda_1 = 1$，$\lambda_2 = 2$，则$x =$________，$A$的另一特征值$\lambda_3 =$________。

6.设二次型$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_2x_3$的矩阵$A$有特征值$\lambda_1 = 1$，则二次型$f$的规范形为________。

二、选择题：

1. 行列式$\begin{vmatrix} y & x & x+y \\ x & x+y & y \\ x+y & y & x \end{vmatrix} =$（　　　　）

A．$2(x^3+y^3)$　　B．$-2(x^3+y^3)$　　C．$2(x^3-y^3)$　　D．$-2(x^3-y^3)$

2.设A为三阶矩阵，A_j是A的第j列$(j=1,2,3)$，矩阵$B = (A_3 \quad 3A_2 - A_3 \quad 2A_1 + 5A_2)$，若$|A| = -2$，则$|B| =$（　　　　）

A．7　　B．10　　C．12　　D．16

3.设A是n阶矩阵，若A的行列式$|A| = 0$，则在A中（　　　　）

A.必有两行（列）的元素对应成比例

B.任意一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

C.必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

D.至少有一行（列）的元素全为 0

4.设 A,B 为满足 $AB=0$ 的任意两个非零矩阵，则必有（　　　　）

A. A 的列向量组线性相关， B 的行向量组线性相关

B. A 的列向量组线性相关， B 的列向量组线性相关

C. A 的行向量组线性相关， B 的行向量组线性相关

D. A 的行向量组线性相关， B 的列向量组线性相关

5.设 A 为三阶矩阵， A 的特征值为 $-2,-\frac{1}{2},2$，则下列矩阵中可逆的是（　　　）

A. $E+2A$　　B. $3E+2A$　　C. $2E+A$　　D. $A-2E$

6.已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$， $B=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$， $C=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$则（　　　　）

A. $A\sim C$，且 A 与 B 与 C 合同　　B. $A\sim B$，但 A 不与 C 合同

C. $A\sim C$，但 A 不与 B 合同　　D. $B\sim C$，且 A 与 B 与 C 合同

三、解答题

1.计算 n 阶行列式

$$D_n=\begin{vmatrix}a_1-x & a_2 & \cdots & a_n\\ a_1 & a_2-x & \cdots & a_n\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n-x\end{vmatrix}$$

2.证明：若 A 为实对称矩阵，且 $A^2=0$ ， 则 $A=0$。

3.设 $\alpha_1=(1,2,0)^T$，$\alpha_2=(1,a+2,-3a)^T$，$\alpha_3=(-1,-b-2,a+2b)^T$，$\beta=(1,3,-3)^T$ 试

讨论当a,b为何值时，

(1)β不能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示；

(2)β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$惟一地线性表示，并求出表示式；

(3)β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示，但表示式不惟一，并求出表示式。

4.设 $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，用克莱姆法则证明：若 $f(x)$有$(n+1)$个不同的根，则 $f(x)$是零多项式。

5.设λ_1、λ_2是n阶矩阵 A 的两个不同特征值，对应特征向量分别为α_1、α_2，试证：$c_1\alpha_1+c_2\alpha_2$（$c_1\neq 0$，$c_2\neq 0$为任意常数）不是 A 的特征向量。

6.设 A，B 均为n阶矩阵，且行列式$|AB|<0$，试证：在实数范围内，A 与 B 合同不能成立。